ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

ĐINH DIỆU HẰNG

ĐIỀU KIỆN TỐI ƯU CHO BÀI TOÁN CÂN BẰNG VECTƠ

Ngành: **Toán giải tích**
Mã số: **9460102**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ TOÁN HỌC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC
PGS.TS. Đỗ Văn Lưu

THÁI NGUYÊN - 2018

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi. Các kết quả viết chung với các tác giả khác đã được sự nhất trí của đồng tác giả đưa vào luận án. Các kết quả, số liệu trong luận án là trung thực và chưa từng được ai công bố trong bất kỳ một công trình nào khác. Các dữ liệu tham khảo được trích dẫn đầy đủ.

Tác giả

Đinh Diệu Hằng

LỜI CẢM ƠN

Luận án được hoàn thành tại trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của PGS.TS. Đỗ Văn Lưu. Tác giả xin bày tỏ sự kính trọng và lòng biết ơn sâu sắc nhất tới Thầy.

Tác giả cũng xin bày tỏ lòng biết ơn tới các thầy, cô giáo thuộc trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo điều kiện, giúp đỡ tác giả trong quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu trường Đại học Công nghệ thông tin và truyền thông - Đại học Thái Nguyên, Khoa Khoa học cơ bản, nơi tác giả đang công tác, đã tạo điều kiện thuận lợi trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Tác giả xin gửi lời cảm ơn đến các nhà khoa học, các thầy, cô giáo trong Hội đồng các cấp đã đóng góp ý kiến để tác giả hoàn thiện Luận án hoàn chỉnh nhất.

Cuối cùng, tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới những người thân trong gia đình đã luôn động viên, chia sẻ và khích lệ để tác giả có thể hoàn thành luận án tiến sĩ của mình.

Tác giả

Đinh Diệu Hằng

Mục lục

Danh mục ký hiệu và chữ viết tắt

$(VEPEC)$	Bài toán cân bằng vectơ với ràng buộc cân bằng
$(VVIEC)$	Bài toán bất đẳng thức vectơ với ràng buộc cân bằng
$(VOPEC)$	Bài toán tối ưu vectơ với ràng buộc cân bằng
$(VEPEC-CQ1)$	Điều kiện chính quy cho bài toán (VEPEC)
$(VVIEC-CQ1)$	Điều kiện chính quy cho bài toán (VVIEC)
$(VOPEC-CQ1)$	Điều kiện chính quy cho bài toán (VOPEC)
$(VEP), (VEP_1)$	Bài toán cân bằng vectơ không ràng buộc
$(CVEP), (CVEP_1)$	Bài toán cân bằng vectơ có ràng buộc
$(VOP), (VOP_1)$	Bài toán tối ưu vectơ không ràng buộc
$(CVOP), (CVOP_1)$	Bài toán tối ưu vectơ có ràng buộc
$(VVI), (VVI_1)$	Bất đẳng thức biến phân vectơ không ràng buộc
$(CVVI), (CVVI_1)$	Bất đẳng thức biến phân vectơ có ràng buộc
t.ư.,	tương ứng
X^*	Không gian tôpô đối ngẫu của X
$\langle \xi, x \rangle$	Giá trị của phiếm hàm $\xi \in X^*$ tại $x \in X$
$f^0(\bar{x}; v)$	Đạo hàm theo phương Clarke của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$\partial f(\bar{x})$	Dưới vi phân Clarke của f tại $\bar{x}$
$f^\Diamond(\bar{x}; v)$	Đạo hàm Michel - Penot của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$\partial^{MP} f(\bar{x})$	Dưới vi phân Michel - Penot của f tại $\bar{x}$
$\partial_D f(\bar{x})$	Dưới vi phân Dini của f tại $\bar{x}$
$f^+(\bar{x}; v)$	Đạo hàm Dini trên của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$f^-(\bar{x}; v)$	Đạo hàm Dini dưới của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$Df(\bar{x}; v)$	Đạo hàm Dini của f tại $\bar{x}$ theo phương v

$df(\overline{x}; v)$	Đạo hàm Hadamard của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$\nabla_G f(\bar{x})$	Đạo hàm Gâteaux của f tại $\bar{x}$ theo phương v
$\nabla f(\bar{x})$	Đạo hàm Fréchet của f tại $\bar{x}$
$T(C; \overline{x})$	Nón tiếp tuyến Clarke của C tại $\bar{x}$
$T_C(\overline{x})$	Nón tiếp liên của C tại $\bar{x}$
$N(C; \overline{x})$	Nón pháp tuyến Clarke của C tại $\bar{x} \in C$
$N_C(\overline{x})$	Nón pháp tuyến của C tại $\bar{x} \in C$: cực của nón tiếp liên
D^*	Nón đối ngẫu của D
D^0	Nón cực của D
^{T}	Phép chuyển vị
T^*	Toán tử liên hợp của toán tử T
int$C$	Phần trong của C
ri$C$	Phần trong tương đối của C
qri$C$	Phần trong tựa tương đối của C
co$C$	Bao lồi của C
coneco$A$	Nón sinh ra bởi bao lồi của A
lin$A$	Bao tuyến tính của A.

Mở đầu

Lý thuyết các điều kiện tối ưu cho các bài toán tối ưu đã phát triển từ những giai đoạn sớm nhất của toán học. Khởi đầu là những nghiên cứu về các bài toán của phép tính biến phân cổ điển với các điều kiện tối ưu được mô tả dưới dạng phương trình Euler. Sự phát triển mạnh mẽ của lý thuyết các bài toán điều khiển tối ưu và qui hoạch toán học đã cho các kết quả dưới dạng nguyên lý cực đại Pontryagin và qui tắc nhân tử Lagrange.

Năm 1965 A.YA. Dubovitsky và A.A. Milyutin đã đưa ra lý thuyết các điều kiện cần tối ưu dưới ngôn ngữ giải tích hàm. Lược đồ tổng quát của Dubovitsky – Milyutin bao hàm được tất cả các bài toán quy hoạch toán học, điều khiển tối ưu và biến phân cổ điển. Sau công trình của Dubovitsky – Milyutin, nhiều kết quả về các điều kiện cần tối ưu tổng quát khác ra đời như các kết quả của R.V. Gamkrelidze – G.L. Kharatishvili, L.W. Neustadt, H. Halkin, A.D. Ioffe – V.M. Tikhomirov, B.N. Pshenichnyi, F.H. Clarke, B.D. Craven, . . .

Bài toán tối ưu đa mục tiêu nảy sinh trong kinh tế, kỹ thuật, giao thông vận tải và một số ngành khoa học xã hội. Các điều kiện tối ưu không trơn đã và đang phát triển mạnh mẽ dưới ngôn ngữ các dưới vi phân Clarke, Michel – Penot, Mordukhovich (xem [13], [14], [20], [23], [30]–[32], [37]–[41], [44], [45], [67], [68]). Jeyakumar – Luc đã tổng quát hóa các khái niệm dưới vi phân và đưa ra khái niệm dưới vi phân suy rộng (convexificator) đóng, không lồi cho hàm vô hướng trong [29] và Jacobian xấp xỉ cho hàm vectơ trong [28]. Từ đó, các điều kiện tối ưu dưới ngôn ngữ dưới vi phân suy rộng và Jacobian xấp xỉ đã phát triển mạnh (xem chẳng hạn [28], [29], [38], [39], [41], và các tài liệu tham khảo ở đó). Một số nhà toán học Việt Nam đã có những đóng góp đáng kể trong việc nghiên cứu bài toán cân bằng và bài toán bất đẳng thức biến phân như các giáo sư Hoàng Tụy, Phạm Hữu Sách, Đinh Thế Lục, Phan Quốc Khánh, Nguyễn Đông Yên, Nguyễn Văn Hiền, Lê Dũng Mưu, Đỗ Văn Lưu, Phạm Kỳ Anh, Nguyễn Xuân Tấn, Nguyễn Bường, Nguyên Năng Tâm và nhiều giáo sư khác (xem chẳng hạn [28, 29], [33], [36], [40, 41], [47], [56], [59, 60], [65]).

Bài toán cân bằng vectơ được Blum – Oettli [9] đưa ra năm 1994. Lớp các bài toán cân bằng vectơ bao gồm nhiều lớp bài toán quan trọng như: bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ, bài toán tối ưu vectơ, bài toán điểm bất động, bài toán bù vectơ, bài toán cân bằng Nash vectơ. Điều kiện tối ưu cho bài toán cân bằng vectơ và bài toán bất đẳng thức biến phân vectơ đã được nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu (xem [1], [2], [9], [12], [15], [19], [22]–[25], [40]–[42], [46], [52], [53], [61]–[64]).

Giannessi – Mastroeni – Pllegrini [19] đã dẫn điều kiện đủ tối ưu cho bất đẳng thức biến phân vectơ trong không gian hữu hạn chiều, Morgan – Romaniello [46] thiết lập các điều kiện Kuhn – Tucker cho bất đẳng thức tựa biến phân suy rộng vectơ trong không gian Hilbert. Các điều kiện tối ưu cho ε – nghiệm của bất đẳng thức biến phân vectơ trong không gian Banach được Yang – Zeng [64] thiết lập. Các điều kiện tối ưu trong [61], [63] được thiết lập bằng cách chứng minh sự tương đương giữa bất đẳng thức biến phân vectơ và bài toán tối ưu vectơ. Gong ([23] - [25]) đã dẫn các điều kiện tối ưu cho nghiệm hữu hiệu yếu, nghiệm hữu hiệu Henig, nghiệm hữu hiệu toàn cục cho bài toán cân bằng vectơ không có ràng buộc và các điều kiện cần cho nghiệm hữu hiệu của bài toán cân bằng vectơ có ràng buộc với các hàm khả vi. Các điều kiện tối ưu cho bài toán bất đẳng thức biến phân với các ràng buộc không trơn loại đẳng thức, bất đẳng thức và ràng buộc tập qua các dưới vi phân Clarke và Michel – Penot là vấn đề cần được nghiên cứu. Trong luận án, chúng tôi nghiên cứu vấn đề này.

Borwein – Lewis (1992, [10]) đã đưa vào khái niệm phần trong tựa tương đối (quasirelative interior) của một tập lồi trong không gian vô hạn chiều. Trong không gian hữu hạn chiều phần trong tựa tương đối trùng với phần trong tương đối. Cammaroto – Bella (2005, [11]) đã sử dụng khái niệm phần trong tựa tương đối của Borwein – Lewis [10] thay thế cho phần trong để